

### 1.1.8 Zusammenhang zwischen den Graphen von Funktion und Ableitungsfunktion

Die Ableitung  $f'(x)$  gibt anschaulich die Steigung des Funktionsgraphen  $G_f$  an der Stelle  $x$  an.

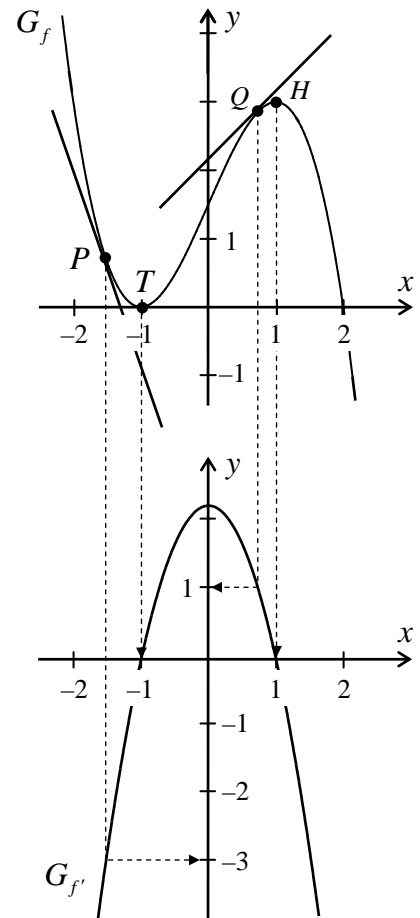
In den Abbildungen rechts sind der Funktionsgraph  $G_f$  sowie der Graph  $G_{f'}$ , der Ableitungsfunktion gezeichnet.

Aus dem Graphen von  $f'$  lässt sich die Steigung in Punkten von  $G_f$  ablesen:

- Zu  $P$  gehört die Steigung  $-3$ .
- Der Funktionsgraph ist fallend im Punkt  $P$ .
- Zu  $Q$  gehört die Steigung  $1$ .
- Der Funktionsgraph ist wachsend im Punkt  $Q$ .

Die Punkte  $T$  und  $H$  sind für den Verlauf des Funktionsgraphen charakteristisch. In ihnen besitzt der Funktionsgraph die Steigung null.

- In  $T$  wechselt der Kurvenverlauf von fallend in wachsend.
- In  $H$  wechselt der Kurvenverlauf von wachsend in fallend.

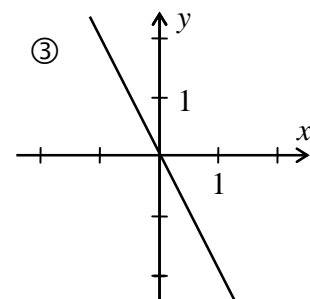
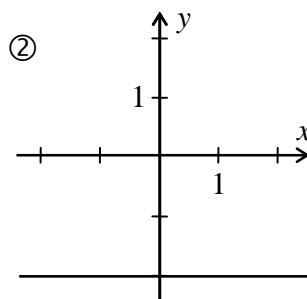
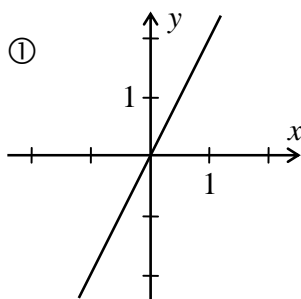
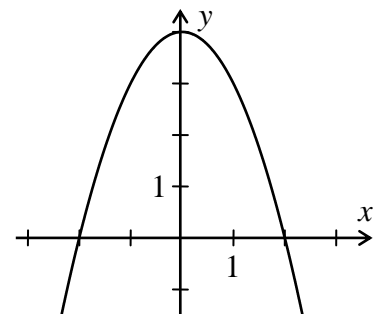


### Aufgaben

36. Die Abbildung rechts zeigt den Graphen einer quadratischen Funktion  $f$ .

- Bestimmen Sie aus der Abbildung eine Funktionsgleichung für  $f$ .
- Bestimmen Sie je eine Gleichung der unten abgebildeten Funktionen.

Welche ist die Ableitungsfunktion von  $f$ ?



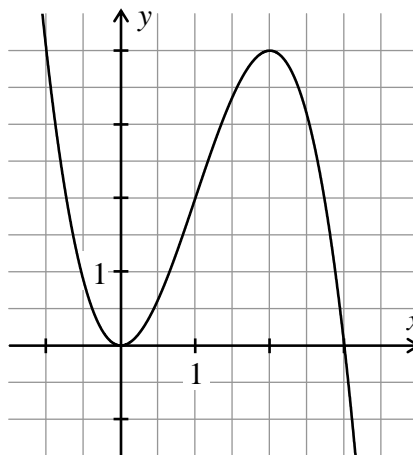
37. In der Abbildung rechts ist der Graph zu einer der drei Funktionen dargestellt:

$$f(x) = x^3 - 3x,$$

$$g(x) = x^3 + 3x^2 - 1,$$

$$h(x) = 3x^2 - x^3.$$

- Begründen Sie, zu welcher dieser Funktionen der Graph gehört.
- Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion der dargestellten Funktion.

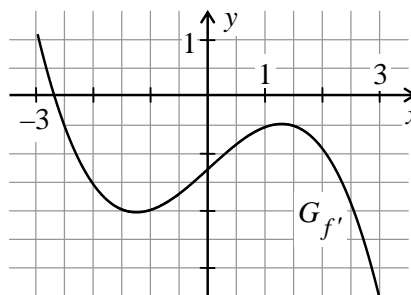


38. In der Abbildung ist über dem Intervall  $I = [-3 ; 3]$  der Graph der ersten Ableitung einer ganzrationalen Funktion  $f$  dargestellt.

Welche der Aussagen treffen für die Funktion  $f$  in dem Intervall  $I$  zu?

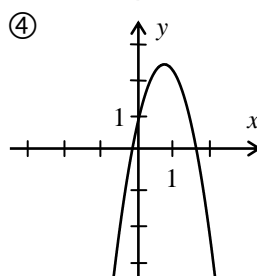
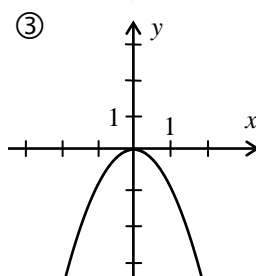
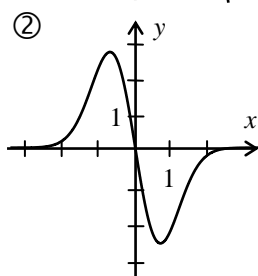
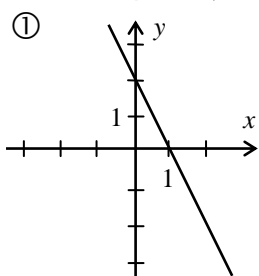
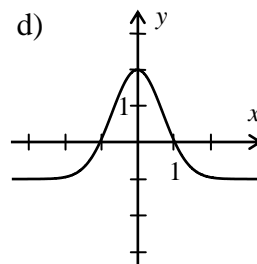
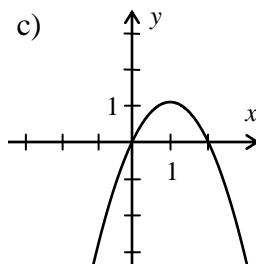
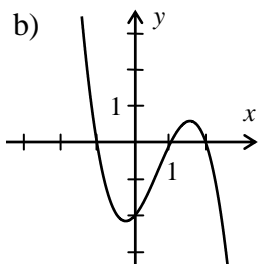
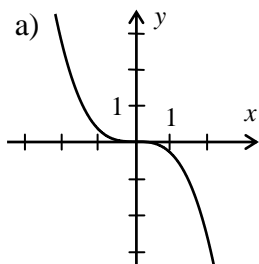
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

- $f$  ist streng monoton fallend in  $I$ .
- $G_f$  besitzt zwei Wendepunkte in  $I$ .
- $G_f$  besitzt zwei lokale Extrempunkte in  $I$ .
- Der Graph  $G_f$  hat einen Tiefpunkt in  $I$ .
- Der Grad von  $f$  ist mindestens vier.
- Der Graph  $G_f$  ist in  $I$  sowohl rechts- als auch linksgekrümmt.
- Es gilt:  $f(-1,5) > f(1)$ .



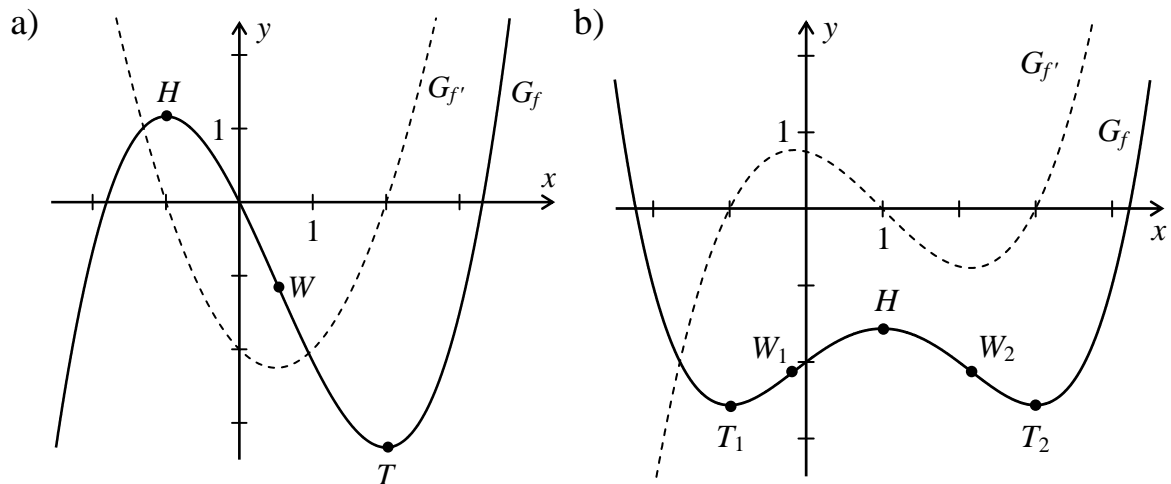
39. In den Abbildungen a) bis d) sind die Graphen von Funktionen dargestellt. Die Abbildungen ① bis ④ zeigen die Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktionen, allerdings in falscher Reihenfolge.

Welche Graphen gehören zusammen?



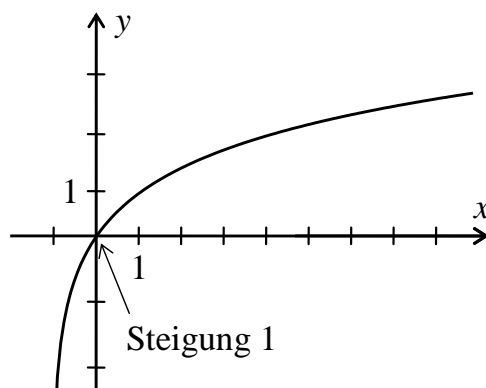
40. Die Abbildungen zeigen die Graphen einer Funktion  $f$  und der zugehörigen Ableitungsfunktion  $f'$ .

- Beschreiben Sie die Besonderheiten im Verlauf des Graphen von  $f$  in den gekennzeichneten Punkten.
- Geben Sie die Auswirkung auf die Ableitungsfunktion  $f'$  an.

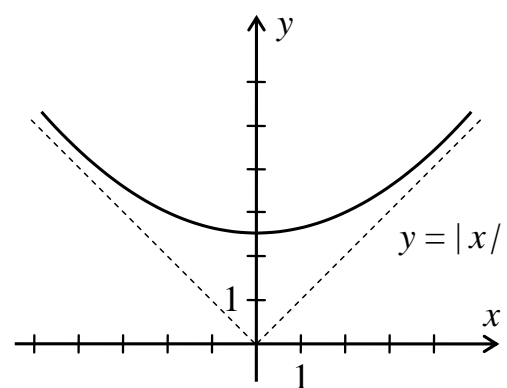


41. Gegeben ist der Graph einer Funktion. Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion.

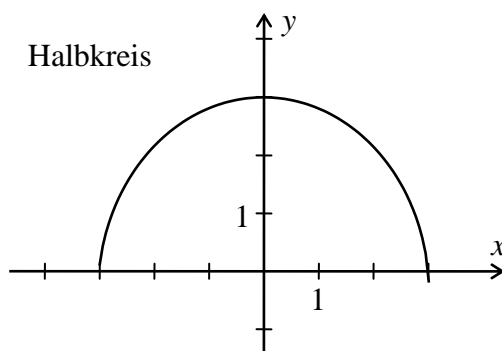
a) Graph von  $f$ :



b) Graph von  $g$ :



c) Graph von  $h$ :



d) Graph von  $k$ :

