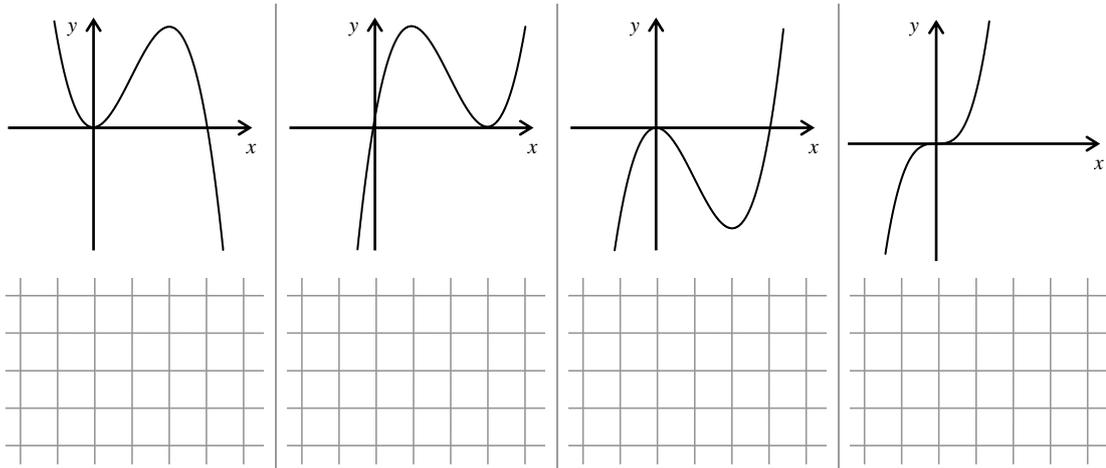


1.7 Funktionen mit Parametern

1. Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = x^3 - 3kx^2$ und $k \in \mathbb{R}, k > 0$.

a) Geben Sie den Funktionsterm in faktorisierte Form an: $f_k(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

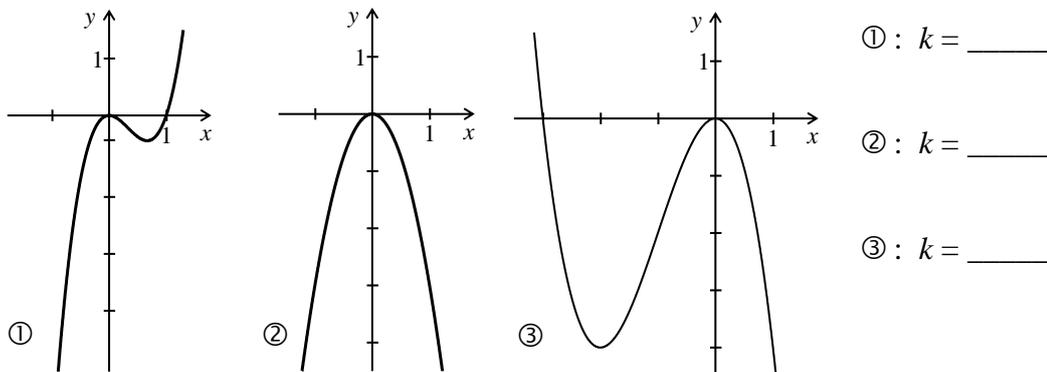
b) Entscheiden Sie begründet, welche der nachfolgend dargestellten Ausschnitte von Graphen zu Funktionen der Schar f_k gehören können.



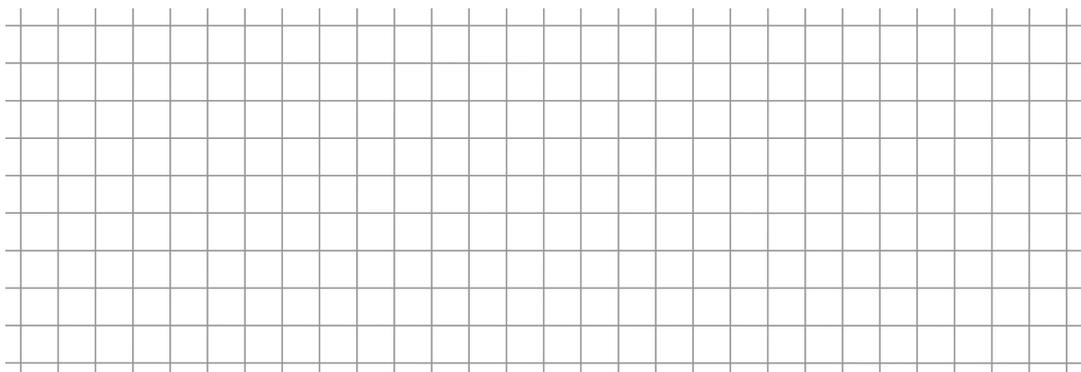
2. Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = kx^3 - 3x^2$ und $k \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie den Funktionsterm in faktorisierte Form an: $f_k(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

b) In der Abbildung sind die Graphen von drei Funktionen der Schar dargestellt. Bestimmen Sie die zugehörigen Parameterwerte.

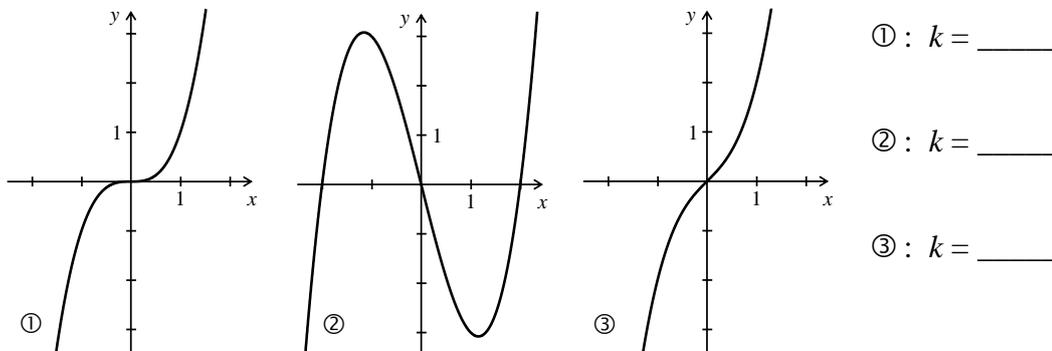


c) Bestimmen Sie durch eine Rechnung den Parameterwert k derart, dass die zugehörige Funktion an der Stelle $x = -2$ einen Tiefpunkt besitzt.

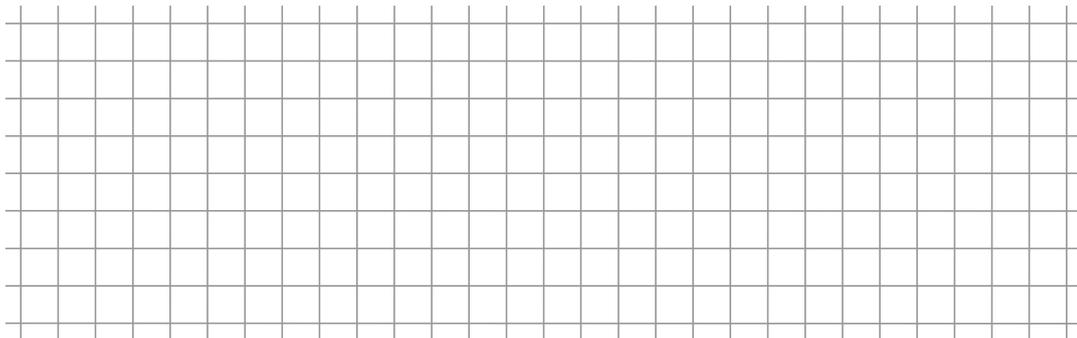


3. Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = x^3 - \frac{1}{4}kx$ und $k \in \mathbb{R}$.

- a) Geben Sie den Funktionsterm in faktorisierte Form an: $f_k(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) In der Abbildung sind die Graphen von drei Funktionen der Schar dargestellt. Bestimmen Sie die zugehörigen Parameterwerte.

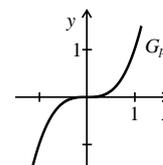


c) Bestimmen Sie den Parameterwert so, dass die Tangente an der Stelle $x = 0,5$ die Steigung 1 besitzt. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Tangenten.

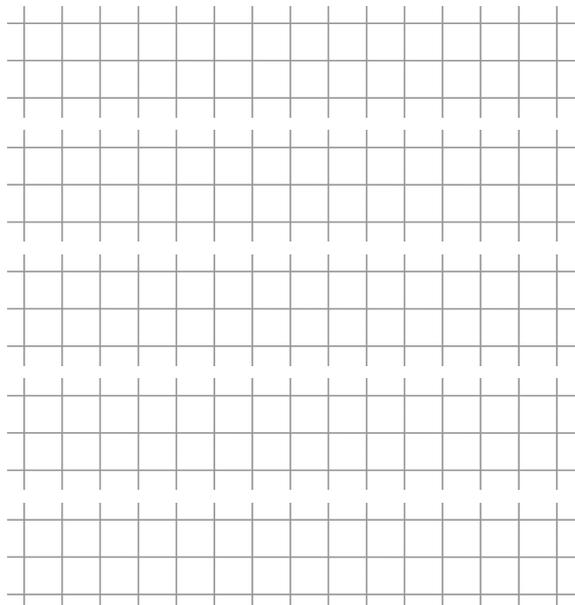


4. Betrachtet werden die Parabel p dritten Grades mit der Gleichung $p(x) = x^3$ und die Geradenschar g_k mit $g_k(x) = k \cdot x$.

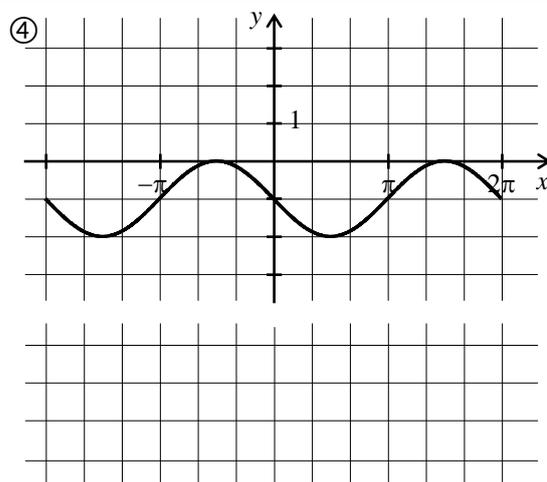
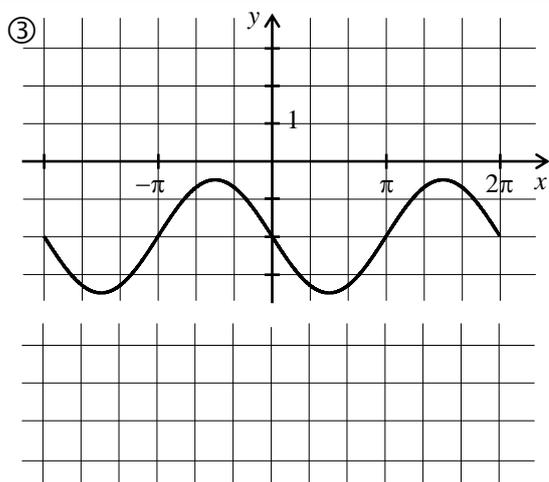
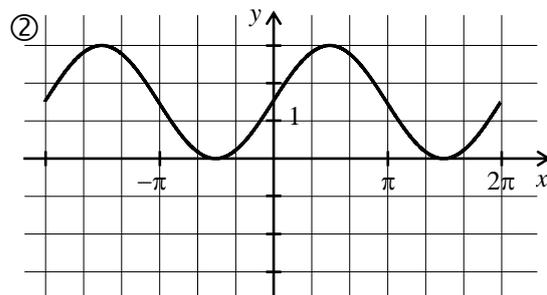
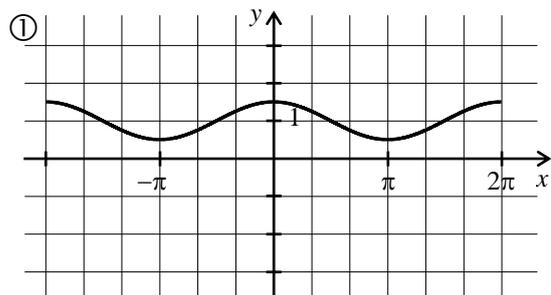
Welche der folgenden Aussagen über die Graphen von p und g_k treffen zu? Kreuzen Sie die wahren Aussagen an und begründen Sie Ihre Entscheidung.



- a) Für $k < 0$ gibt es nur einen Schnittpunkt.
- b) Für $k > 0$ gibt es zwei Schnittpunkte.
- c) Für $k = 0$ gibt es keine Schnittpunkte.
- d) Der Ursprung ist Schnittpunkt für alle $k \in \mathbb{R}$.
- e) Für $k > 0$ gibt es zwei Schnittstellen, die symmetrisch zum Ursprung liegen.



5. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k: [-2\pi ; 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = k \cdot \sin(x) + k$ und $k \in \mathbb{R}^*$. Prüfen Sie, ob die Graphen in den Abbildungen zu einer Funktion der Schar gehören. Begründen Sie Ihre Entscheidung. Geben Sie gegebenenfalls den Wert des Parameters k an.

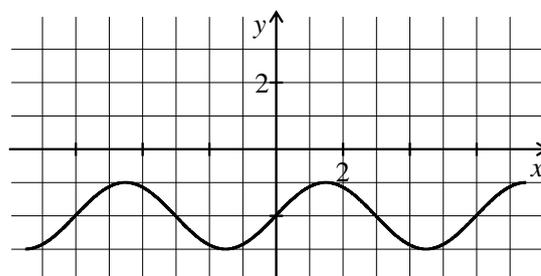
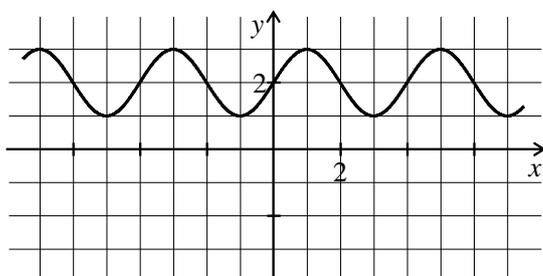


6. Gegeben ist die Funktionenschar $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = \sin\left(\frac{\pi}{k} \cdot x\right) + k$ und $k \in \mathbb{R}^+$.

a) Bestimmen Sie die Periode in Abhängigkeit von k .

--

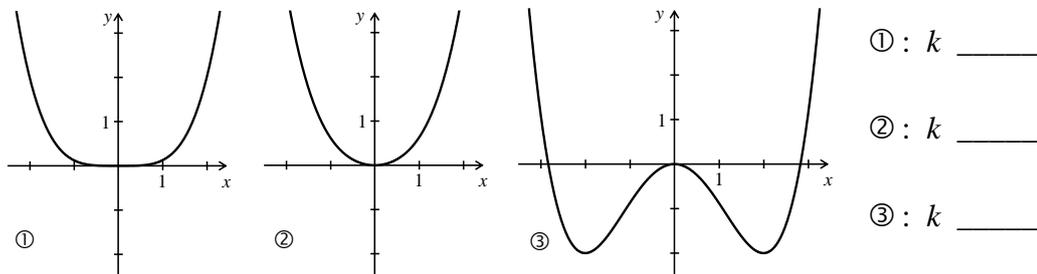
b) Entscheiden Sie begründet, ob folgende Graphen zu einer Funktion der Schar gehören.



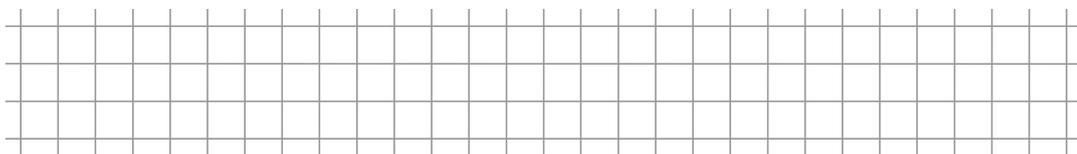
7. Gegeben ist die Schar der Funktionen $f_k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f_k(x) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{1}{4}kx^2$ und $k \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie den Funktionsterm in faktorisierte Form an: $f_k(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

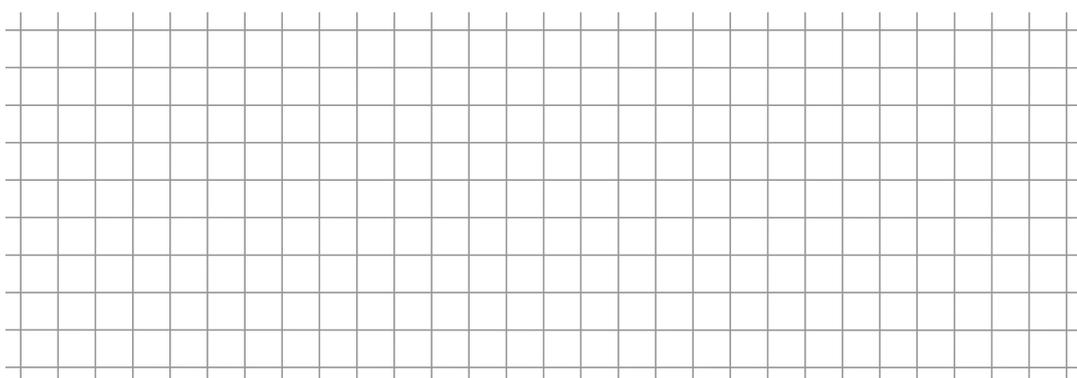
b) In der Abbildung sind die Graphen von drei Funktionen der Schar dargestellt. Ordnen Sie den Graphen die Parameterwerte $k > 0$, $k = 0$ und $k < 0$ zu.



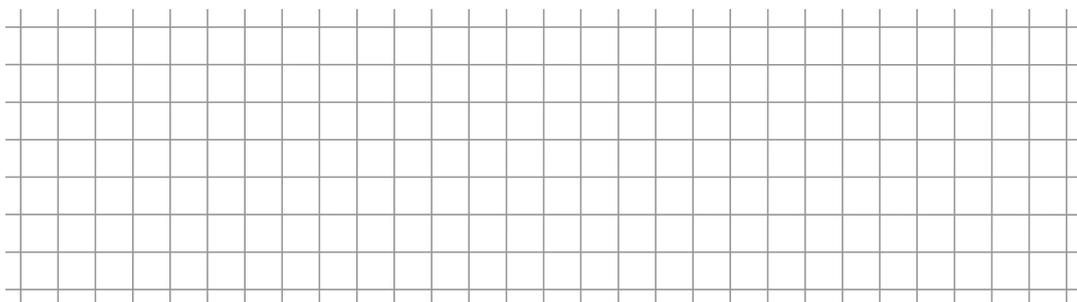
c) Geben Sie die Nullstellen in Abhängigkeit von k an.



d) Welche Scharcurve hat im 4. Quadranten einen Extrempunkt mit der Ordinate $-\frac{1}{2}$?



e) Welche Kurve der Schar hat an der Stelle $\sqrt{3}$ eine Wendestelle.



f)* Bestimmen Sie eine Gleichung der Kurve, auf der alle Wendepunkte liegen.

