

Geometrische Körper / Flächen- und Rauminhalt

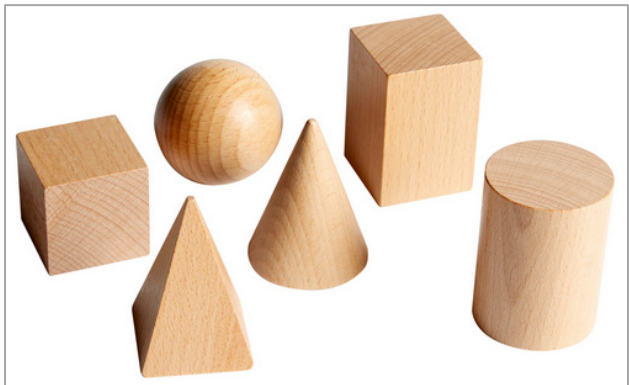
9

Ecken, Kanten, Flächen

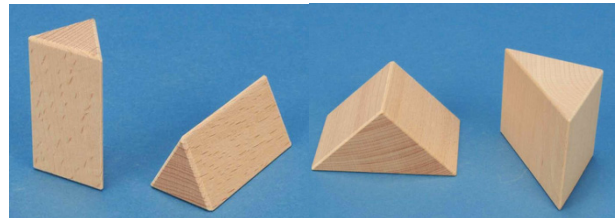


Zu den geometrischen Grundkörpern gehören:
Kegel, Kugel, Prisma, Pyramide, Quader, Würfel, Zylinder.

1. a) Füge in der Abbildung die Namen der Körper hinzu.
- b) Die Oberfläche eines Körpers kann aus flachen (ebenen) oder gekrümmten Flächenstücken zusammengesetzt sein. Markiere die Körper in der Abbildung, deren Oberfläche nur aus ebenen Flächenstücken besteht. Solche Körper heißen **Polyeder** (Vielflächner).



- c) Nenne Gegenstände des Alltags, die die Form eines Kegels (einer Kugel, einer Pyramide, eines Quaders, eines Würfels, eines Zylinders) haben. Du kannst mit deinem Handy oder iPad von solchen Gegenständen Fotos aus verschiedenen Blickrichtungen machen.
- d) Die Körper in nebenstehender Abbildung heißen (dreiseitige) **Prismen**.
Von wie viel Flächen wird ein dreiseitiges Prisma begrenzt?
Von welcher Art sind die Flächen?



Körper werden von **Flächen** begrenzt.
Zwei zusammenstoßende Flächen bilden eine **Kante**.
Zusammenstoßende Kanten bilden eine **Ecke**.

2. Nebenstehende Abbildung zeigt ein **Walmdach**.
Die Dachflächen auf den Giebelseiten des Hauses heißen **Walme**.
Wie viele Ecken, Kanten und Flächen hat der Dachraum?
Beachte, dass in der Zeichnung nicht alle Ecken, Kanten und Flächen sichtbar sind.



3. Lege einen quaderförmigen Gegenstand (z. B. eine Schachtel) vor dich auf den Tisch und beschreibe seine geometrischen Eigenschaften. Wurzel und Silvester geben dir Tipps, welche Fragen du stellen kannst.

Fragenkatalog zur Beschreibung geometrischer Körper

- Wie viele Flächen begrenzen den Körper?
- Von welcher Art sind die Begrenzungsflächen?
- Gibt es darunter deckungsgleiche Flächen?
- Wie viele Kanten hat der Körper?
- Gibt es parallele Kanten?
- Gibt es gleich lange Kanten?
- Wie viele Kanten treffen in einer Ecke zusammen?
- Gibt es Kanten, die senkrecht aufeinander treffen?
- Wie viele Ecken hat der Körper?



Eigenschaften des Quaders:

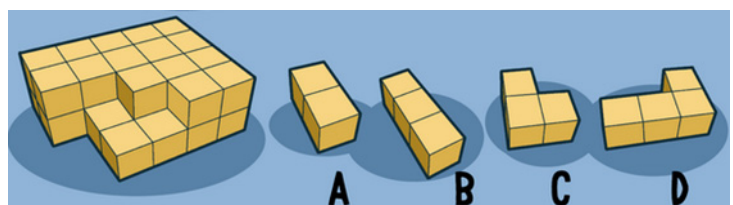
4. Beschreibe den Würfel und vergleiche ihn mit dem Quader.

Eigenschaften des Würfels:



Vollkommen

Mit welchen Bausteinen kannst du den Quader vervollständigen?

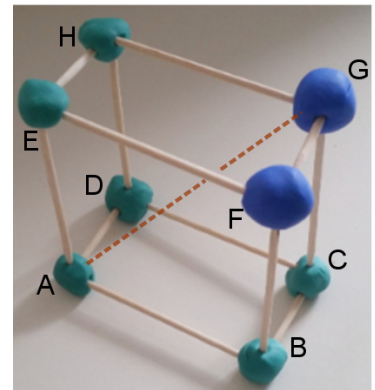


5. Kantenmodell und Raumdiagonalen

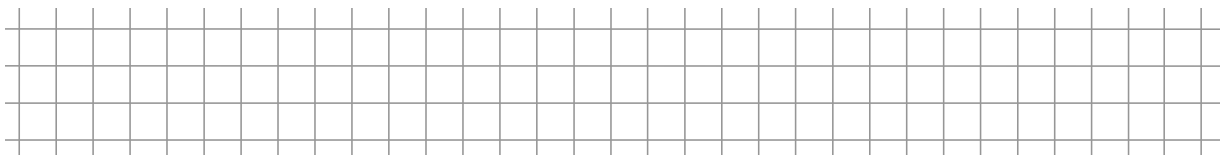
- a) Stelle ein Kantenmodell eines Quaders mithilfe von Holzstäbchen und Knetkugeln her.



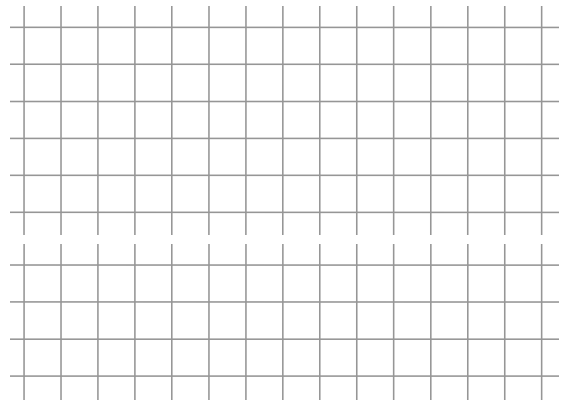
Ich forme für die Ecken kleine Knetkugeln, in die die Kanten gesteckt werden. Für die Kanten verwende ich passend zugeschnittene Holzstäbchen aus Zahnstochern oder Zündhölzern.



- b) Verbinde die Gegenecken A und G, B und H, C und E, D und F durch Schnüre miteinander. Die Verbindungslinien heißen **Raumdiagonalen** des Quaders. Welche Eigenschaften haben sie?



6. a) Silvester möchte für die Schule ein Kantenmodell eines Quaders aus festen Drahtstücken zusammenschweißen. Der Quader soll 25 cm lang, 20 cm breit und 15 cm hoch sein. Wie viele Meter Draht benötigt er?
- b) Silvester möchte aus insgesamt 3 m Draht ein Kantenmodell eines Würfels herstellen. Wie muss er den Draht zerschneiden? Es soll kein Stück übrigbleiben.



7. Wurzel will aus 48 cm Draht ein Kantenmodell eines Quaders bauen. Die Kantenlängen sollen in cm gemessen ganzzahlig sein und es soll kein Draht übrigbleiben.

- a) Um herauszufinden, wie sie den Draht zerschneiden muss, stellt sie folgende Überlegung an.

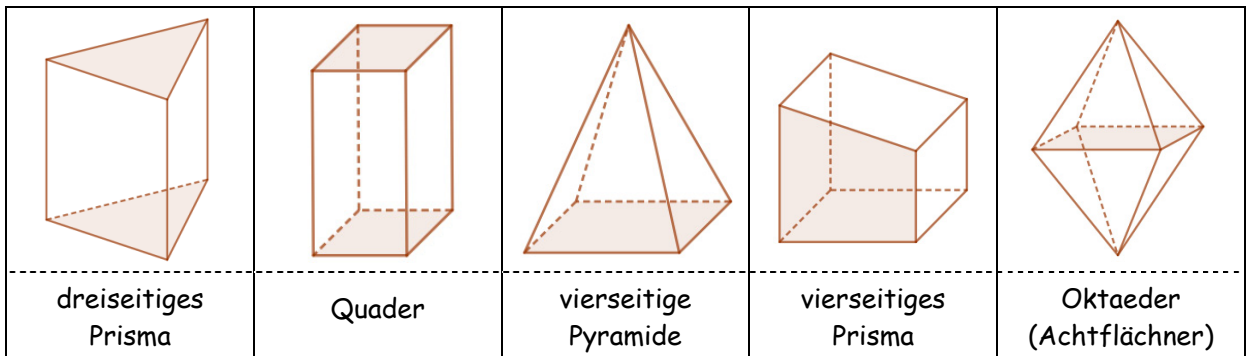
a, b, c = Länge, Breite, Höhe des Quaders																			
$4a + 4b + 4c = 48 \text{ cm}$																			
$4 \cdot (a + b + c) = 48 \text{ cm}$																			
$a + b + c = 12 \text{ cm}$																			



Erkläre den Ansatz und die Rechenschritte.

- b) Für Wurzels Problem gibt es mehrere Lösungen. Gib zwei davon an.
- c) Kann Wurzel auch ein Kantenmodell eines Würfels bauen?
- d) Für Profis: Finde alle Lösungen für Wurzels Problem.

8.



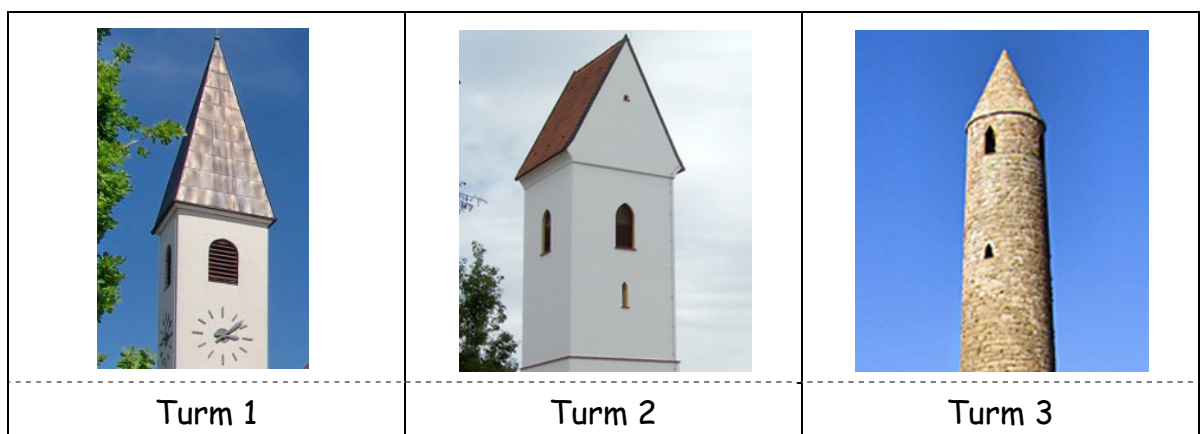
a) Erkennst du mich unter den abgebildeten Körpern?

Ich bin der Körper mit ...	
① ... 8 Kanten und 5 Ecken:	
② ... 9 Kanten und 6 Ecken:	
③ ... 12 Kanten und 6 Ecken:	

b) Ein Quader behauptet: „Ich bin der Körper mit 12 Kanten und 8 Ecken.“

Ist dieser Steckbrief eindeutig?

c) Aus welchen Grundkörpern sind die Türme zusammengesetzt?

9. a) Bei einem Körper bezeichnen wir die Anzahl der Ecken mit e , die Anzahl der Kanten mit k und die Anzahl der Flächen mit f . Fülle die Tabelle aus. Was fällt dir auf?

Körper	e	f	k	$e + f$
Quader				
dreiseitiges Prisma				
vierseitige Pyramide				
Oktaeder				
Walmdach (Aufgabe 2)				
Turm 2 (Aufgabe 8c)				
Schachtel rechts				



b) Ergänze.

Eulerscher Polyedersatz

Für jedes Polyeder, das e Ecken, k Kanten und f Flächen hat, gilt:

$$e + f = k + 2 .$$

Ein **Polyeder** (Vielflächner) ist ein Körper, dessen Begrenzungsflächen Dreiecke oder Vierecke oder Fünfecke usw. sind.

Viele interessante Materialien zu Polyedern findest du im Internet, so z. B. Baupläne. Gib dazu in einer Suchmaschine den Begriff „Polyeder“ ein.



Leonhard Euler (1707 - 1783)

c) Zeige: Der Satz gilt nicht für Zylinder, Kegel*, Kugeln, ...

* Die Kegelspitze ist keine Ecke.

 **10.** Der **Dodekaeder** (Zwölfflächner) wird von 12 regelmäßigen Fünfecken begrenzt.

a) Bestimme die Anzahl der Ecken.

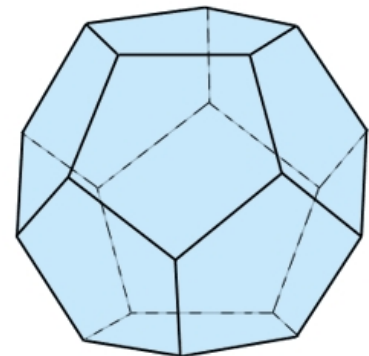
$e =$

Tipp: Zähle die Ecken aller Fünfecke zusammen und beachte, dass du dabei jede Ecke mehrfach zählst.

b) Bestimme die Anzahl der Kanten.

$k =$

c) Bestätige den Eulerschen Polyedersatz.



Dodekaeder

**Fußball**

Der Fußball ist keine echte Kugel, sondern ein Körper, der aus regelmäßigen Fünfecken und Sechsecken zusammengesetzt ist.

- ① Zähle nach, aus wie vielen Fünf- und Sechsecken der (klassische) Fußball besteht.
- ② Von was für Flächen ist ein Fünfeck umgeben? Und ein Sechseck?
- ③ Wie viele Flächen stoßen in einer Ecke zusammen?
- ④ Bestimme die Anzahl der Ecken und Kanten.
- ⑤ Bestätige für den Fußball den Eulerschen Polyedersatz.

